

**МАТЕРІАЛИ
ДЛЯ ПІДГОТОВКИ ДО ДПА З МАТЕМАТИКИ**

ТЕСТОВА ЧАСТИНА.

1. Знайти значення виразу

1. $\sqrt[3]{125} + 2^3$

2. $\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4^{-1} + \sqrt[3]{27}$

3. $2 \sqrt[4]{16} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

4. $\log_2 32 - (\sqrt[7]{8})^7$

5. $\left(\frac{1}{6}\right)^{-1} - \log_4 16$

6. $(\sqrt[5]{3})^6 + \log_3 9$

7. $\sqrt[3]{64} + 3\log_5 25$

2. . Знайти область визначення функції

1. $y = \sqrt{4x+8}$

2. $y = \frac{3}{2x+4}$

3. $y = \sqrt{5x-25}$

4. $y = \log_2(2x+8)$

5. $y = \frac{1}{\sqrt{2x+16}}$

6. $y = \sqrt{3x-6}$

7. $y = \log_3(4x-16)$

3. Обчислити границі функції

1. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{x^2-25}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2-3x}{x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{x^2-2x}$

4. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-2x+3}{x-3}$

5. $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 2x)$

4. Спростити вираз

1. $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha$

2. $\cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{6} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$

3. $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1$

4. $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$

5. $\sin 0 + \cos 0 - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$

5. Розв'язати рівняння

1. $2 \cos x - 2 = 0$

2. $2^x = 16$

3. $\sin x - 1 = 0$

4. $3^{x+2} = 27$

5. $\log_2 x = 3$

6. $3 \operatorname{tg} x = \sqrt{3}$

7. $2 \sin x = -2$

8. $\log_3(x+4) = 2$

6. Знайти похідну функції в точці

1. $y = x^2 + 2x^3 - 4 \quad x_0 = 1$

2. $y = 5x^4 - 3x^6 + x \quad x_0 = 1$

3. $y = 3x^2 + 2x^4 + x \quad x_0 = -1$

4. $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + 1 \quad x_0 = -2$

5. $y = 2x^2(x-1) \quad x_0 = 1$

6. $y = \sqrt[3]{x} - 2x \quad x_0 = 8$

7. $y = 2x(x+1) \quad x_0 = -2$

8. $y = 2x^2(x-1) \quad x_0 = 1$

7. Обчислити визначений інтеграл

1. $\int_0^2 (2x+1) dx$

2. $\int_0^1 (2x - 3x^2) dx$

$$3. \int_1^3 (3x^2 + 2) dx$$

$$4. \int_0^1 (4x^3 - 2x) dx$$

$$5. \int_{-1}^2 (2x + 3) dx$$

$$6. \int_{-2}^2 \frac{2x^2 - 4}{x^2} dx$$

$$7. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(2x) dx$$

$$8. \int_1^2 \frac{dx}{(x+1)^2}$$

8. Вектори:

1. Знайти координати та модуль вектора \vec{AB} , якщо $A(-3; 2); B(1; 4)$
2. Знайти координати вектора $\vec{c} = 3\vec{a} - 5\vec{b}$, якщо $\vec{a} (4; 5; -3)$, $\vec{b} (-2; 5; 3)$
3. Знайти скалярний добуток векторів $\vec{a} (4; 5; -3)$, $\vec{b} (-2; 5; 3)$
4. При якому значенні m та n вектори $\vec{a} (-2; m; 5)$ та $\vec{b} (n; 3; 10)$ будуть колінеарними?
5. При якому значенні x вектори $\vec{a} (-2; x; 5)$ та $\vec{b} (-2; 5; 3)$ будуть перпендикулярними?
6. Знайти косинус кута між векторами $\vec{a} (4; 5; -3)$, $\vec{b} (-2; 5; 3)$.

ЗАВДАННЯ, ЩО ПОТРЕБУЮТЬ ДЕТАЛЬНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ.

1. Знайти область визначення функції

$$1. y = \sqrt{\frac{3x-6}{2x^2-3x+1}}$$

$$2. y = \sqrt{\frac{25-x^2}{x^2+2x-3}}$$

$$3. y = \sqrt{\frac{x^2-7x+10}{x^2-9x+20}}$$

$$4. y = \sqrt{\frac{4-x^2}{x}} - \frac{1}{x-4}$$

$$5. y = \sqrt{\frac{2x}{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$6. y = \log_2 \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1}$$

$$7. y = \ln \frac{36 - x^2}{x^2 - 4}$$

2. . Обчислити границі функції

$$1. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{x^2 - 64}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 13} - 4}{x^2 - 9};$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x + 2} - 3}{x - 7};$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x + 7} - 5}{3 - \sqrt{x}}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{\sqrt{x - 1} - 2};$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 6} \frac{2x^2 - 11x - 6}{3x^2 - 20x + 12};$$

3. Дослідити функцію на неперервність та побудувати графік

$$1. f(x) = \begin{cases} -x, & \text{якщо } x \leq 0; \\ x^2, & \text{якщо } 0 < x \leq 2; \\ x - 1, & \text{якщо } x > 2. \end{cases}$$

$$2. f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - 2, & \text{якщо } x \leq -2 \\ -2.5, & \text{якщо } -2 < x < 0 \\ x^2 - 2.5, & \text{якщо } x \geq 0 \end{cases}$$

$$3. f(x) = \begin{cases} -2x - 2, & \text{якщо } x \leq -1 \\ (x + 1)^3, & \text{якщо } -1 < x < 0 \\ x, & \text{якщо } x \geq 0 \end{cases}$$

$$4. f(x) = \begin{cases} x, & \text{якщо } x \leq 0 \\ (x + 2)^2, & \text{якщо } 0 < x < 3 \\ x + 6, & \text{якщо } x \geq 3 \end{cases}$$

$$5. f(x) = \begin{cases} x, & \text{якщо } x \leq 0 \\ \sin x, & \text{якщо } 0 < x < 2\pi \\ 0, & \text{якщо } x \geq 2\pi \end{cases}$$

$$6. f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{якщо } |x| > \frac{1}{2} \\ 4x, & \text{якщо } |x| \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

4. Розв'язати рівняння

1. $36^x - 4 \cdot 6^x - 12 = 0$
2. $4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$
3. $9 \cdot 9^x + 26 \cdot 3^x - 3 = 0$
4. $4 \cdot 4^x + 7 \cdot 2^x - 2 = 0$
5. $\log_2(x-1) + \log_2(1-x) = 5$
6. $\log_2 x \cdot (\log_2 x - 5) + 6 = 0$
7. $\lg x \cdot (\lg x - 6) + 8 = 0$
8. $\log_2(x+1) + \log_2(11-x) = 5$
9. $\lg(x-9) + \lg(2x-1) = 2$
10. $\log_3(x+1) + \log_3(x+3) = 1$
11. $\lg(3x-17) - \lg(x+1) = 0$
11. $4 \cos^2 x + 4 \sin x - 1 = 0$
12. $6 \sin^2 x + \sin 2x = 4$
13. $4 \sin^2 x - 11 \cos x - 1 = 0$
14. $2 \cos^2 x + \sqrt{3} \sin 2x = 0$
15. $5 \sin^2 x + 4 \cos x = 4$

5. Дослідити функцію на екстремум:

1. $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 1$
2. $f(x) = x^4 - 4x + 4$
3. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x - 4$
4. $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 8$
5. $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 1$
6. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 8$
7. $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x$
8. $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2$

6. Знайти площу фігури, обмеженої лініями

1. $y = 5 - x^2, \quad y = 1$
2. $y = -x^2 + x + 6, \quad y = 0$
3. $y = -x^2 + 10x - 16, \quad y = x + 2$

4. $y = -x^2 + 2x + 3, y = 0$
5. $y = -x^2 + 4, y = 2 + x$
6. $y = x^2, y = 2x$
7. $y = \sin x, y = -\sin x, 0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$
8. $y = 4 - x^2, y = 3x, y = -3x, y \geq 0$
9. $y = x, x^2 = y$
10. $y = x^2, x = y^2$
11. $y = -x^2 + 6x - 5, y = x^2 - 6x + 5$

7. Для трикутника ABC визначити вид, скласти рівняння висоти AH, медіани CM та знайти точку їх перетину. Зробити малюнок.

- 1) A(0;4), B(0;-2), C(5;2)
- 2) A(2;3), B(3;6), C(8;1)
- 3) A(-1;3), B(4;0), C(5;3)
- 4) A(-2;0), B(0;2), C(4;-3)

8. Розв'язати систему рівнянь за формулами Крамера або методом Гауса

1.
$$\begin{cases} x - 2y - 3z = -2 \\ -2x + y - z = -4 \\ 3x - 4y + z = 10 \end{cases}$$
2.
$$\begin{cases} x + 5y - z = 6 \\ 4x - y + 2z = -12 \\ -3x + 2y + 5z = 18 \end{cases}$$
3.
$$\begin{cases} x - 5y - 2z = 10 \\ 2x + 4y - z = 11 \\ x - 3y + 5z = -11 \end{cases}$$
4.
$$\begin{cases} 2x - 3y + 4z = 6 \\ x - 5y - 5z = 3 \\ 3x + y + z = 9 \end{cases}$$

9. Розв'язати задачі.

- 1) Основою прямої призми є ромб. Діагоналі призми 10 см і $6\sqrt{2} \text{ см}$, висота 6 см . Знайти площу бічної поверхні та об'єм призми.
- 2) В основі прямої призми лежить рівнобедрений трикутник з основою 16 см і бічною стороною 17 см . Діагональ бічної грані, що містить основу трикутника, утворює з площиною основи кут 30° . Знайдіть об'єм призми.
- 3) Знайдіть площу повної поверхні та об'єм прямокутного паралелепіпеда, якщо його сторони основ 2 см і 3 см , а діагональ паралелепіпеда $\sqrt{38} \text{ см}$.

- 4) Площа основи прямої трикутної призми дорівнює 4 см^2 , а площі бічних граней 9 см^2 , 10 см^2 , 17 см^2 . Знайдіть об'єм призми та сторону рівновеликого куба.
- 5) Основа прямого паралелепіпеда – ромб з гострим кутом 60° і більшою діагоналлю $6\sqrt{3} \text{ см}$. Менша діагональ паралелепіпеда утворює з площиною основи кут 45° . Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда.
- 6) У правильній шестикутній призмі велика діагональ дорівнює $4\sqrt{3} \text{ см}$ та нахилена до основи під кутом 60° . Знайдіть площу повної поверхні призми.
- 7) В основі прямої призми лежить трикутник із сторонами 13 см , 14 см , 15 см . Бічна грань, що містить середню за довжиною сторону основи, рівновелика основі призми. Знайдіть об'єм та площу повної поверхні призми.
- 8) Сторона основи правильної чотирикутної піраміди 8 см , а бічне ребро 9 см . Знайдіть: об'єм піраміди; радіус кулі, рівновеликої піраміді.
- 9) Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 12 см . Бічні грані нахилені до площини основи під кутом 60° . Знайдіть: 1) площу бічної поверхні піраміди; 2) ребро куба, площа повної поверхні якого рівна площі повної поверхні піраміди.
- 10) Бічне ребро правильної чотирикутної піраміди дорівнює 4 см і утворює з площиною основи кут 60° . Знайдіть об'єм піраміди та сторону основи.
- 11) Основою піраміди є трикутник зі сторонами 13 см , 14 см , 15 см . Бічні грані, що містять сторони 13 см та 15 см перпендикулярні до основи. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди, якщо її висота 9 см .
- 12) Основа піраміди – прямокутний трикутник з катетами 12 см та 16 см . Кожне бічне ребро піраміди дорівнює $2\sqrt{41} \text{ см}$. Знайдіть об'єм піраміди.
- 13) Основою піраміди є трикутник із сторонами 13 дм , 20 дм та 21 дм . Обчисліть її об'єм, якщо бічні грані нахилені до площини основи під кутом 30° .
- 14) Бічне ребро правильної чотирикутної піраміди дорівнює 10 см , а висота 8 см . Знайдіть площу повної поверхні та об'єм піраміди.
- 15) Знайдіть об'єм правильної трикутної піраміди, якщо сторона її основи 6 см , а бічне ребро утворює з площиною основи кут 30° .
- 16) Апофема правильної трикутної піраміди дорівнює 4 см , а радіус кола, описаного навколо основи, дорівнює $3\sqrt{3} \pi$. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.
- 17) Визначити висоту та площу повної поверхні правильної трикутної зрізаної піраміди, бічне ребро якої 10 см , а сторони основ 18 см і 6 см .
- 18) Сторони основ зрізаної правильної трикутної піраміди 2 см і 6 см . Бічна грань утворює з більшою основою кут 60° . Знайдіть висоту піраміди та її об'єм.
- 19) Сторони основ правильної зрізаної чотирикутної піраміди 4 дм та 8 дм , діагональ піраміди 11 дм . Знайдіть об'єм піраміди.

- 20) Сторони основ правильної зрізаної трикутної піраміди 6 см і 12 см . Бічна грань утворює з більшою основою кут 60° . Знайдіть площу бічної та повної поверхні цієї зрізаної піраміди.
- 21) Площа основи циліндра $12\pi\text{ см}^2$, площа осьового перерізу $24\sqrt{12}\text{ см}^2$. знайдіть кут нахилу діагоналі осьового перерізу до площі основи та об'єм циліндра.
- 22) У циліндрі на відстані 8 см від його осі і паралельно до неї проведено переріз, діагональ якого 13 см . Обчисліть об'єм та площу бічної поверхні циліндра, якщо його висота 5 см .
- 23) Висота циліндра 6 см , а діагональ осьового перерізу утворює з площиною основи кут 30° . Знайдіть об'єм та площу бічної поверхні циліндра.
- 24) Твірна конуса утворює з його основою кут 30° . Знайдіть об'єм конуса, якщо площа перерізу, що проходить через твірні, кут між якими 120° , дорівнює $4\sqrt{3}\text{ см}^2$.
- 25) Через вершину конуса проведено площину під кутом 45° до площини основи. Ця площина перетинає основу по хорді, відстань до якої від вершини 6 см . Знайдіть об'єм конуса, якщо довжина радіуса 5 см .
- 26) Осьовий переріз конуса – прямокутний трикутник з гіпотенузою 8 см . Знайдіть площу повної поверхні та об'єм конуса.
- 27) Осьовий переріз конуса – прямокутний трикутник, площа якого 16 см^2 . Знайдіть площу бічної поверхні та об'єм конуса.
- 28) Площа осьового перерізу конуса 48 см^2 , а його твірна утворює з площиною основи кут 45° . Знайдіть площу повної поверхні та об'єм конуса.
- 29) Твірна зрізаного конуса утворює з площиною основи кут 60° , радіуси основ R і r ($R > r$). Знайдіть площу бічної поверхні зрізаного конуса та його об'єм.
- 30) Твірна зрізаного конуса 5 см , а радіуси основ 3 см та 6 см . Знайдіть площу осьового перерізу, об'єм конуса та площу повної поверхні.